

CHAPITRE 4

LES CONTRAINTES TEMPORELLES DANS L'ORDONNANCEMENT DE PROJET

1. Introduction

La contrainte temporelle (appelée contrainte de durée) est une contrainte de temps alloué. Elle est issue d'impératif de gestion tel que la disponibilité des approvisionnements ou le délai de livraison, etc.

Elle précise l'intervalle de temps (ou le semi-intervalle) pendant lequel il est possible de réaliser une tâche. Ces contraintes sont souvent dues aux disponibilités des intervenants (ressources humaines) : l'entreprise qui réalise la charpente ne peut intervenir qu'entre le 15 juin et le 31 août.

La contrainte temporelle touche au problème central de l'ordonnancement et le modifie. Il n'a plus les caractéristiques du problème central. Le problème donc, consiste à chercher un moyen ou une technique qui permet de normaliser la situation et le ramener au problème central.

Dans ce qui suit, nous allons proposer une méthode originale qui nous permet de modéliser les contraintes temporelles et les inclure dans le problème central de l'ordonnancement.

On peut classer les contraintes temporelles les plus importantes en six types et en ajoutant la contrainte d'antériorité elles deviennent sept, qui sont :

- (C1) Une tâche A commence t unités de temps avant le début des travaux.
- (C2) Une tâche A ne peut commencer que t unités de temps après le début des travaux.
- (C3) La tâche B doit commencer t unités de temps après la fin de la tâche A.
- (C4) La tâche B commence une fraction de temps a/b après le début de la tâche A ($a < b$).
- (C5) La tâche B doit commencer un temps t après le début de la tâche A ($t < t_A$).
- (C6) La tâche A doit commencer avant la date t .
- (C7) La tâche B doit suivre immédiatement la tâche A. [30]

2. Modélisation des contraintes temporelles

La première contrainte (C1) est présente surtout dans les chantiers où on doit ramener certains engins ou de la matière première ou bien installer le grillage autour du chantier etc.

Ces travaux sont généralement considérés comme secondaires et ne sont pas pris dans la nomenclature des tâches. De plus, la date de début du chantier est celle de la première tâche de la liste des tâches qui figure dans la table d'ordonnancement.

L'inclusion de cette tâche nécessite, dans le graphe, un glissement de la tâche α vers la gauche. Elle n'a aucune influence sur la durée totale du projet puisqu'elle n'est pas prise en compte.

N'oublions pas que dans le problème central et particulièrement dans le graphe AoN, les arcs incidents extérieurement d'un sommet (c'est-à-dire d'une tâche) ont la même valeur ce qui n'est pas le cas ici.[30]

2.1. Les contraintes de durée dans le graphe AoN

La figure suivante (**Figure 4.1**) donne la représentation de ces contraintes dans le graphe AoN. On voit bien que les valeurs sur les arcs incidents extérieurement à un sommet sont différentes, Là, on sort du problème central.

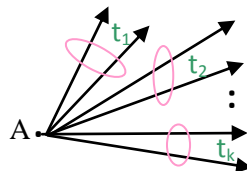
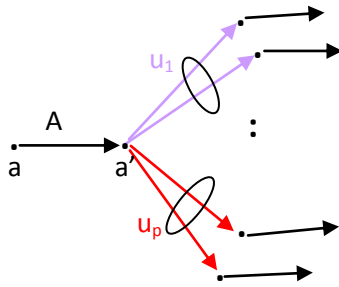


Figure 4.1 Tout type de contrainte temporelle dans le graphe AoN.

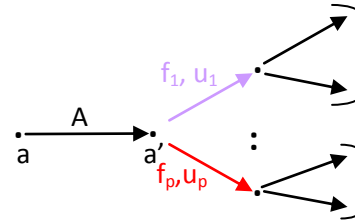
2.2. Les contraintes temporelles dans le graphe AoA

Pour dessiner ces contraintes dans le graphe AoA, il convient de les étudier en groupe de deux. Il importe également d'introduire de nouvelles tâches et d'en subdiviser certaines.

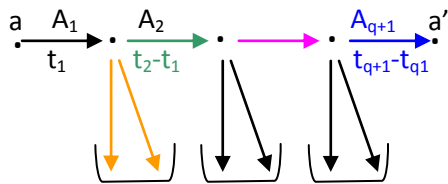
Ensembles, ces contraintes sont représentées comme l'indique la **Figure 4.3**, les t_i et les u_i étant des durées qu'on suppose telles que $t_1 < t_2 < \dots < t_k$ et $u_1 < u_2 < \dots < u_p$. u_i étant des tâches fictives.



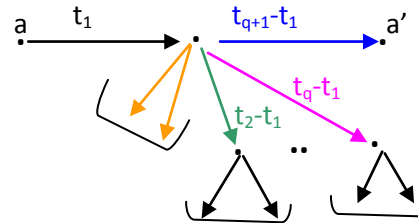
(a). Une représentation des contraintes de type (C2) et (C3) dans le graphe AoA.



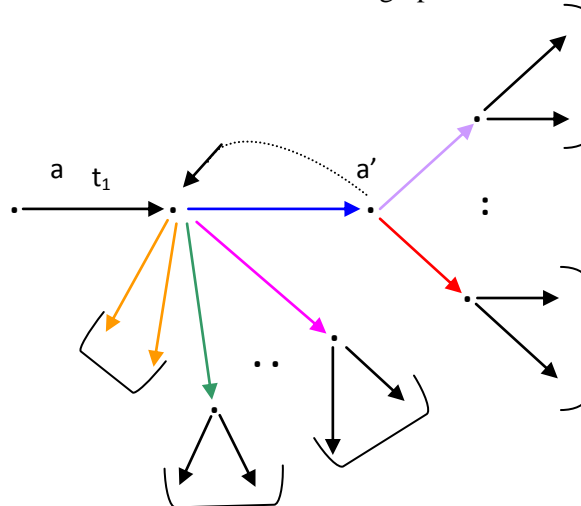
(b). Une autre représentation des contraintes de type (C2) et (C3) dans le graphe AoA avec moins de tâches



(c). Une représentation des contraintes de type (C4) et (C5) dans le graphe AoA.



(d). Une autre représentation des contraintes de type (C4) et (C5) dans le graphe AoA avec autant de tâches que (c).



(e) Tout type de contraintes dans graphe PERT en combinant (c)

Figure 4.2 Représentation des contraintes temporelles dans le graphe AoA.

La Figure 4.2 (a). montre que dans le graphe AoA, chaque tâche qui vient après la tâche A, a sa propre tâche fictive u_i . Cette représentation est médiocre puisque le nombre de tâches fictives risque d'être très important, ce qui encombre le graphe.

Une représentation meilleure (Figure 4.2 (b)) regroupe, en une seule tâche fictive, plusieurs tâches fictives des tâches réelles (après A) et qui ont la même valeur.

Signalons que la tâche fictive dans ce contexte, n'a pas une durée nulle. Elle est introduite pour solutionner ce problème et introduire les contraintes de durée dans le problème central.

Pour les contraintes de type (C4) et (C5), on remarque que les deux débutent après un certain temps du début de la tâche A. la représentation dans le graphe AoA implique la segmentation de A en plusieurs sous tâches dans le cas général ($A = A_1 + A_2 + \dots + A_{q+1}$). Deux modélisations de ces contraintes sont possibles (Figure 4.2 (c). et 4.2(d)). Nous remarquons que la représentation de la Figure 4.2(d) est plus commode.

Enfin, nous pouvons combiner les Figure 4.2 (b) et 4.2 (d) tout en gardant l'idée de minimisation des tâches fictives.

En conclusion, pour arriver à la Figure 4.2 (e) il faut modifier, dans le graphe AoN, les arcs incidents extérieurement d'un sommet et qui n'ont pas la même valeur, par l'introduction de tâches fictives de durée 0 afin de pouvoir partitionner le graphe AoN en bipartis complets.

Toutes ces combinaisons précédentes nous conduisent aux dernières transformations dans les deux graphes AoN et AoA respectivement (Figure 4.3) :

La correspondance entre les représentations des contraintes temporelles dans le graphe AoN et dans le graphe AoA étant notre objectif, on modifie la Figure 4.1 en Figure 4.3 (a) et la Figure 4.2 (e) en Figure 4.3 (b).

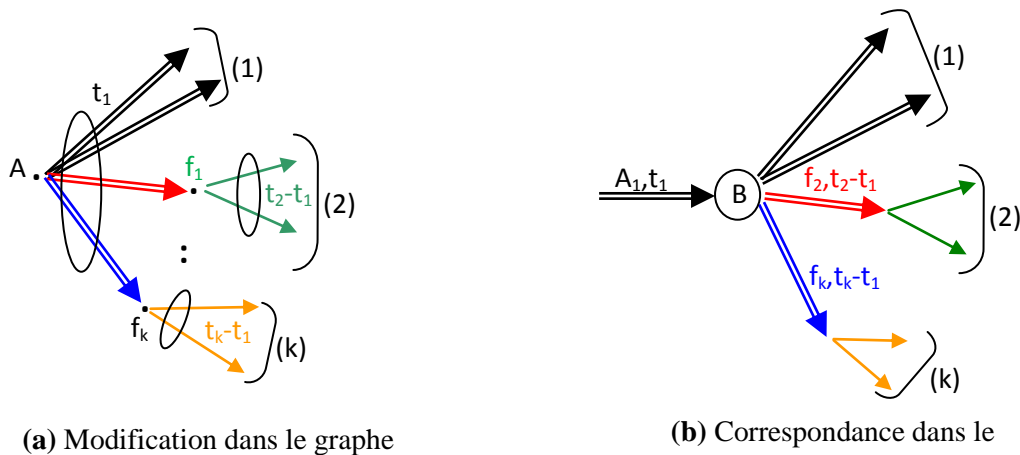


Figure 4.3 Représentation des différentes contraintes temporelles dans les graphes AoN et AoA.

L'introduction des tâches f_2, \dots, f_k de durées $t_2 - t_1, \dots, t_k - t_1$ a pour avantage de donner la même valeur aux arcs de même extrémité initiale dans le graphe AoN. Il n'y a alors aucune difficulté à vérifier que les arcs du graphe (Figure 4.3 (a)) sont partitionnés en bipartis complets et qu'il est le graphe adjoint du graphe en (Figure 4.3 (b)).

Exemple : soit A une tâche de durée 5 unités de temps. Supposons que: A précède B,

- B_1 et B_2 ne peuvent commencer qu'une unité de temps après le début de la tâche A,
- B_3 et B_4 ne peuvent commencer que 4 unités de temps après le début de A
- B_5 ne peut commencer que lorsque A est terminé au $\frac{3}{4}$,
- B_6 et B_7 ne peuvent commencer que 6 unités de temps après la fin de A.

Dans le graphe AoN, dessinons les arcs sortants du sommet A : [33]

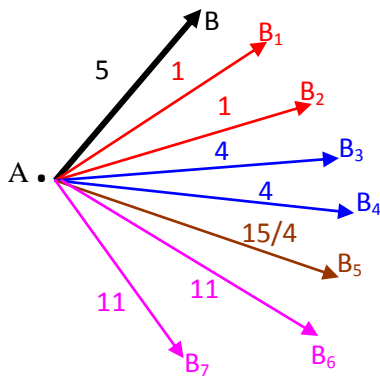


Figure 4.3 (a) Aucune modification dans le graphe AoN.

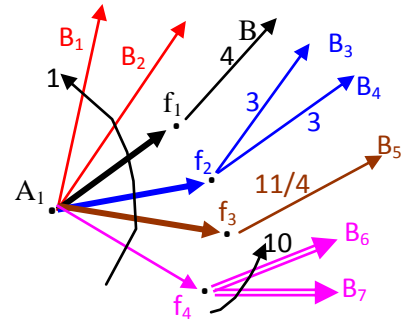


Figure 4.3 (b) La tâche A se subdivise en (A_1, f_1) dans le graphe AoN. Les arcs de même extrémité initiale ont même valeur.

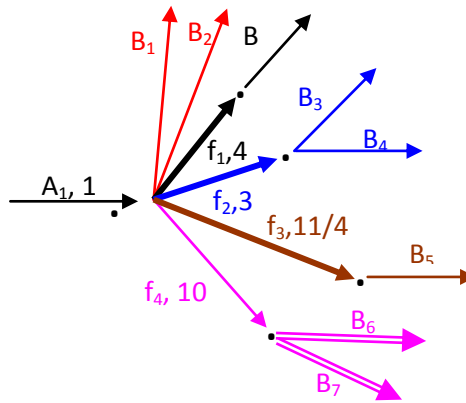


Figure 4.3 (c) Correspondance dans le graphe AoA

Pour illustrer ce qu'on a vu depuis le début de ce chapitre et en vue de construire le graphe AoA à partir du graphe AoN en tenant compte des contraintes temporelles, on considère l'exemple suivant : Le tableau suivant donne les contraintes d'antériorités.

Code s	Durée	Antériorités
A	6	-
B	5	-
C	8	-
D	4	A
E	3	A, B, C
F	9	C
G	2	D, E
H	8	E, F
I	5	E, F

Table 4.1 les contraintes d'antériorités

Les contraintes temporelles sont :

- B ne peut commencer que 3 unités de temps après le début des travaux.
- C ne peut commencer que 7 unités de temps après le début des travaux.
- E commence lorsque C est exécuté aux $\frac{3}{4}$
- G commence 4 unités de temps après la fin de E

Les graphes de la Figure 4.4 (a, b, c, d) montrent les modifications dans le graphe AoN, ensuite la construction du graphe AoA:

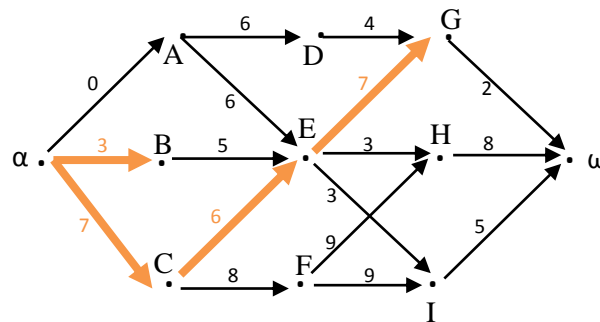


Figure 4.4 (a) Le graphe AoN initial de la table d'ordonnancement Table 3.2 (Les arcs en gras représentent les contraintes temporelles)

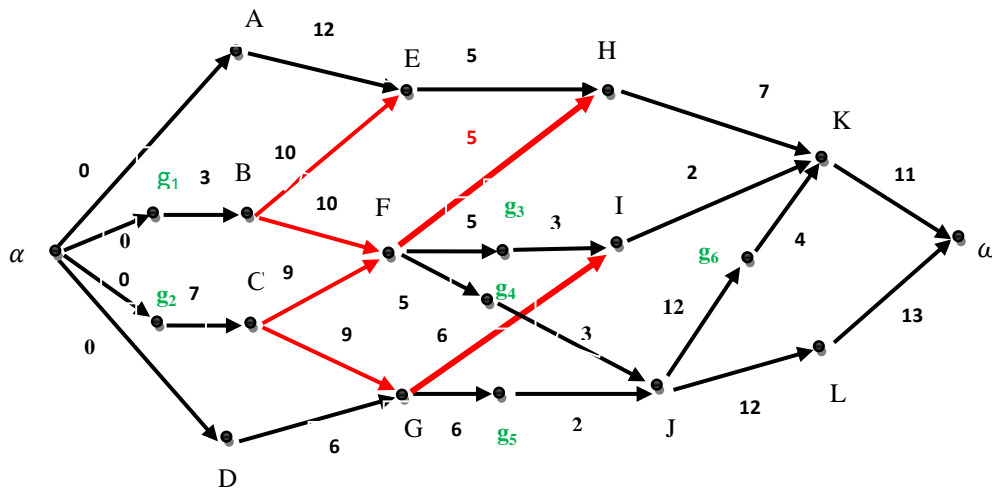


Figure 4.4 (b) Le graphe AoN dont les arcs de même extrémité initiale ont la même valeur.

Les tâches fictives g_i proviennent des contraintes temporelles: Les tâches α , B, C, E sont subdivisées deux tâches chacune. Les barres des « Z » sont en gras.

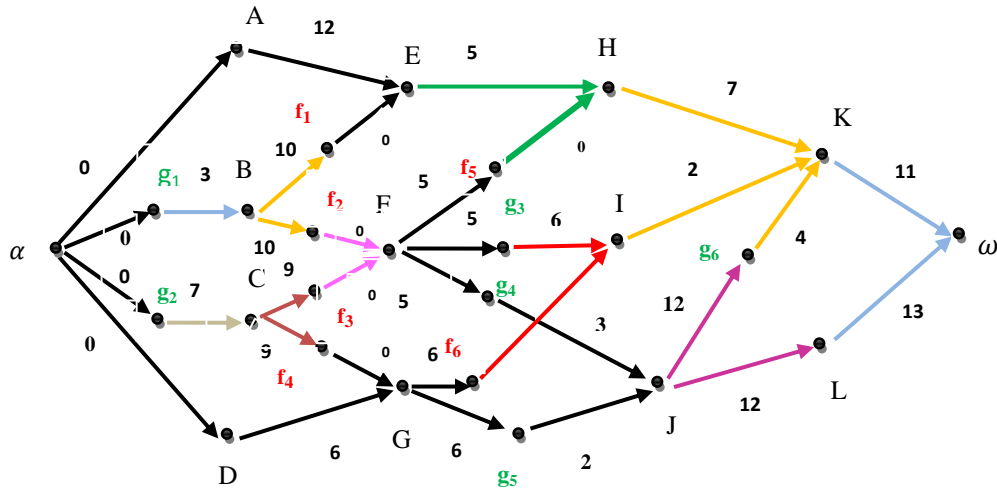


Figure 4.4 (c) Le graphe AoN sans aucune configuration « Z » et dont les sommets sont réorganisés en niveaux. On vérifie que les arcs peuvent être partitionnés en bipartis complets

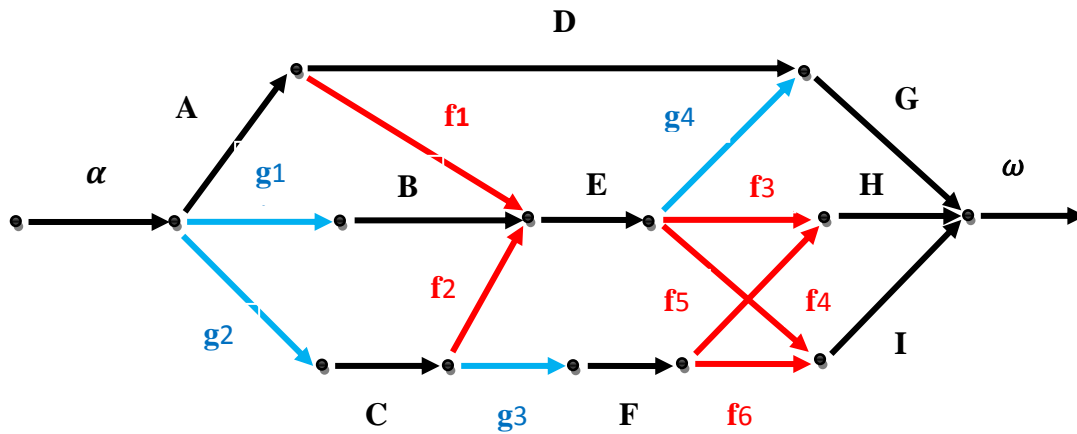


Figure 4.4 (d) Le graphe AoA. Les durées des tâches non reprises (les f_i « en rouge » = 0)

3. Conclusion

Dans ce chapitre on a introduit les graphes adjoints dans les problèmes d'ordonnancement de projet avec ou sans la présence des 'Z' dans le graphe AoN et ceci pour la construction du graphe AoA. Il a également pris en charge la modélisation des contraintes temporelles qui permet de les inclure dans le problème central où la résolution devient plus facile. Et pour ce la on a utilisé l'algorithme de MOUHOU et al qu'est était une nouvelle technique de passer de AON à AOA.